NOVEMBER/DECEMBER 2024

# CMA51/BMA51 — ABSTRACT ALGEBRA

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. Define right cosets.
   வலப்பக்க துணைக் கணத்தை வரையறு.

2. Define index of H in G.
   $G$ இல் $H$ ன் உடைய குறியீட்டை வரையறு.

3. Define Kernal of $\phi$.
   கர்னல் $\phi$ ஐ வரையறு.

4. Define isomorphism.
   சம அமைவியத்தை வரையறு.

5. Define even permutation.
   இரட்டை வரிசை மாற்றத்தை வரையறு.

6. Define alternating group.
   வரிசை மாற்று குலம் வரையறு.

14. (a) If $\phi$ is a homomorphism of $R$ into $R'$ with Kernel $I(\phi)$ prove that

(i) $I(\phi)$ is a subgroup of $R$ under addition

(ii) If $a \in I(\phi)$ and $r \in R$ then both $ar$ and $ra$ are in $I(\phi)$.

$\phi$ என்பது $R$, $R'$ க்கு கர்னல் $I(\phi)$ உடைய காப்பமைவியம் நிறுவுக.

(i) $I(\phi)$ என்பது $R$ ன் கூட்டலின் கீழ் உட்குலம்.

(ii) $a \in I(\phi)$ மற்றும் $r \in R$ எனில் $ar$ மற்றும் $ra$ என்பது $I(\phi)$ ல் உள்ளது.

Or

(b) If $U$ is an ideal of the ring $R$. Prove that $\frac{R}{U}$ is a ring and is a homomorphic image of $R$.

$U$ என்பது வளையம் $R$ ன் சீர்மம் எனில் $\frac{R}{U}$ என்பது வளையம் மற்றும் $R$ன் காப்பமைவின் நிழல் என நிறுவுக.

15. (a) Prove that every integral domain can be imbedded in a field.

அனைத்து தொகையீட்டு சார்புகளும் கலகத்தில் வரையறையை பெற்றுள்ளது என நிறுவுக.

Or



LIBRARY

(b) Let $R$ be a Euclidean ring and let $A$ be an ideal of $R$. Prove that there exists an element $a_0 \in A$ such that $A$ consists exactly of all $a_0 x$ as $x$ ranges over $R$.

$R$ என்பது யூக்ளிடியன் வளையம் மற்றும் $A$ என்பது Rன் சீர்மம் எனில் $a_0 \in A$ அனைத்து உறுப்புகளுக்கும் $A$யில் Rன் மதிப்பகத்தில் உள்ள அனைத்து $a_0 x$ என்ற $x$ க்கு சரியானதை கொண்டுள்ளது என நிறுவுக.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. State and prove Fermat theorem.

பர்மட் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

17. If $G$ is a finite group and $N$ is a normal subgroup of $G$. Prove that $O\left(\frac{G}{N}\right) = \frac{\sigma(G)}{O(N)}$.

$G$ என்பது முடிவுறு குலம் மற்றும் $N$ என்பது ஒரு சாதாரண $G$ன் உட்குலம் எனில் $O\left(\frac{G}{N}\right) = \frac{\sigma(G)}{O(N)}$ ஐ நிறுவுக.